

Savage の基準

Question

テキスト p.82 のミニマクス損失基準 (サヴェジの基準) がよくわかりません。表 3.7 (訂正はちゃんと見ました) においてこの基準で選ぶと a_4 となる、とありますが、どうしてですか。教えてください。僕は a_2 になると思うんですが。

Answer

ミニマクス損失基準 (サヴェジの基準) は、「最大機会損失の最小化」であることに注意してください。以下では (1) 機会損失、(2) 最大機会損失、(3) 最大機会損失の最小化、の順に算出します。訂正された表 3.7 を再掲します (表)。

表 1: 決定基準 (表 3.7)

	a_1	a_2	a_3	a_4
θ_1	1	1	4	3
θ_2	3	1	0	1
θ_3	3	1	1	1
θ_4	0	1	1	0

表 3.7 b 損失行列

	a_1	a_2	a_3	a_4
θ_1	3	3	0	1
θ_2	0	2	3	2
θ_3	0	2	2	2
θ_4	1	0	0	1

(1) 機会損失

特定の状態空間 θ_i に対して、どの行為 a_j を取ったらどのくらい損か、を調べます。つまり、表 3.7 をヨコに比較するのです。ここから損失行列を作れば、次のようになります (表 3.7 b と呼びましょう)。算出方法は次のようになります。

表 3.7 b の r_{11} に対応するのは、表 3.7 では $u_{11} = 1$ ですね。これは、「 θ_1 という状態 (天気) が実現したとしたら、行動 a_1 はどのくらいの価値を持っているのか」を表現していました。これに対して r_{11} は、「 θ_1 という状態 (天気) が実現した場合に、一番適切な行動すなわち $\max_j u_{1j}$ であるような行動 a_j と比較して、行動 a_1 はどのくらい損になるか」を表現しているのです。ここで $\max_j u_{1j}$ は、表 3.7 より、行動 a_3 を取った場合の 4 ですから、

$$r_{11} = \max_j u_{1j} - u_{11} = 4 - 1 = 3$$

となります。この損の値を集めたのが上の損失行列です。

(2) 最大機会損失

次に、最大機会損失は、表 3.7 b をそれぞれの行為についてタテに読んで、最大のものです。 $\lambda_s(j) = \max_i r_{ij}$ より、 $\lambda_s(1) = 3$, $\lambda_s(2) = 3$, $\lambda_s(3) = 3$, $\lambda_s(4) = 2$ となります。

(3) 最大機会損失の最小化

最後に、「最大機会損失の最小化」は、この $\lambda_s(1)$, $\lambda_s(2)$, $\lambda_s(3)$, $\lambda_s(4)$ のうちで最小のものを選ぶことに他なりません。つまり $\lambda_s(4)$ が選ばれます。

※ ポイントは、機会損失ですから タテ でなく ヨコ に比較する、というところです。