2003 年度基礎統計試験　解答例

模範解答でなく一例

[１]・1 件の交通事故あたりの死者数は、都内では $\frac{376}{88512}=0.00425$ であり、全国では $\frac{8326}{936721}=0.00889$ であって、都内は全国と比較して少ない。これの背後には都会での速度の低速化、交通安全設備の充実、安全意識の普及などがあるのかも知れない[約 100 字]。

・　１件の交通事故あたりの負傷者数は、都内では $\frac{101037}{88512}=1.142$、全国では $\frac{1167865}{936721}=1.247$ であり、ほぼ同じぐらいである。これは主として運転者、車体の構造の問題で、地域とは比較的関係が低いからと思われる[約 80 字]。

[２]　正しい推定とは、推定値が平均的に集団の真の値を言い当てている不偏推定ということである。精確な推定とは、推定値がある値の周りに集中し分散が小さいということである。従って、正しい推定でも分散が大きければ精確な推定とは限らないし、精確な推定でも不偏でなければ正しい推定であるとも限らない。

[３]　メンデルのデータの適合度の χ^2 統計量は 0.470 であり、これは有意水準 90%で検定しても棄却されないほどである。統計を取る際のばらつきによる誤差などを考えると、χ^2 統計量が小さすぎるのは、「フィットしすぎ」であり、不自然だといえる。両側検定を用いることの意味は、例えば「χ^2 統計量が 90%点と 5%点の間に入ったときのみ仮説を採択する」などと定めることで、フィットしすぎる仮説を棄却できることにある。

[４]　・絵の好みは個人によってまちまちだから他と大きく違った値が出てもおかしくない。よって評価はそのままの平均値をとって、（1＋6＋5＋5.5＋10＋5）÷６＝5.42 とすべきである。

・他と大きく外れた値は、個人的な感情が入っている恐れがある。よって、最大値・最小値を除いた値をとって、（6＋5＋5.5＋5）÷4＝5.375 とすべきである。

[５]　微生物の増加の仕方は、$\frac{dx}{dk}=kx$（kは定数）のようになるので、指数関数的増加であると予想される。よって、

t	1	2	3	4	5	6
x	9	150	800	9000	100000	1200000
logx	0.9542	2.1761	2.9030	3.9542	5	6.791

tからxへの線形回帰を行なう。$b=\frac{\Sigma t_i x_i - n\overline{tx}}{\Sigma t_i^2 - nt^2}, a=\overline{x}-b\overline{t}$

つまり、$x=bt+a$（但し）が回帰方程式である。

[６]　$np\to\lambda$　となるように、$n\to\infty, p\to 0$　となる極限では、各xについて、

$${}_nc_x p_x (1-p)^{n-x} \to \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

すなわち、二項分布 $B_i(n,p)$　ポワソン分布 $P_0(\lambda)$ で近似できる。二項分布の分散は *np(1-p)*だから、ポワソン分布の分散は、$np\to\lambda$　$n\to\infty, p\to 0$ の極限をとって、
$np(1-p)\to\lambda$　（$\because np\to\lambda, 1-p\to 1$）

[７]　X,Y の標準偏差をσ_x、σ_y、共分散を　$Cov(X,Y)$ とする。まず、

$E(X)=\frac{3}{5}, E(Y)=\frac{1}{2}$、$\sigma_x=\frac{\sqrt{6}}{5}$、$\sigma_y=\frac{1}{2}$、$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=\frac{1}{10}$
を得るが、これから

$$\rho_{xy}=\frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x\sigma_y}=0.408。$$

[８]　母平均をμとし $H_0 : \mu = 25$ を検定する。標本平均を $\bar{x}$ とする。ここで、母分散＝不偏分散と考えて、$s = 8.5$ を用いて、検定統計量は、

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = 1.248$$

Ｚはｔ分布に従うが、ｎが大きいので標準正規分布に従うと考えて差し支えない。

$Z = 1.248 < Z_{0.025} = 1.96$ だから、外れているとは言えず、H_0 は棄却されない。

[９]　x_i が指数分布に従うとき、関数 $L(\lambda) = \lambda e^{-\lambda x1} \times \lambda e^{-\lambda x2} \times \cdots \times \lambda e^{-\lambda x10}$

$$= \lambda^{10} e^{-\lambda \sum xi}$$

$$\log L(\lambda) = 10 \log \lambda - \lambda \sum x_i$$

$\dfrac{\partial \log L(\lambda)}{\partial \lambda} = 0$ より、これを計算して、$\lambda = 0.1$。

[10]　確率１/３で０、確率２/３で１なので、Ｓは二項分布 $B_i\left(\frac{2}{3}, 100\right)$ に従う。Ｓの平均をμ、分散を σ^2 とすれば、$\mu = \dfrac{200}{3}$、$\sigma^2 = \dfrac{200}{9}$。さいころを 100 回投げているのは十分に大きい回数だと考えて、中心極限定理より、Ｓは正規分布 $N\left(\dfrac{200}{3}, \dfrac{200}{9}\right)$ に従うとしてよい。$Z = \dfrac{S - \mu}{\sigma}$ とおくと、Ｚは標準正規分布に従う（$S = \sigma z + \mu$）。

$$S \leqq 50 \iff \sigma z + \mu \leqq 50 \iff \frac{\sqrt{200}}{3} Z + \frac{200}{3} \leqq 50 \iff Z \leqq -3.53$$

よってＳ≦50 となる確率は $\Phi(-3.53)$。

- 問題講評
- 問題文